

| | | |
|---|--|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> |  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 1 -</p> |

Bestimmung des kapazitiven (Blind-)Widerstandes und (daraus) der Kapazität eines Kondensators, / Effektivwerte von Wechselstromgrößen

1. Theoretische Grundlagen

Bei diesem Experiment soll zunächst die Messgenauigkeit von Messinstrumenten bei der Bestimmung von Wechselspannungen / -strömen untersucht und anschließend aus den kapazitiven Widerständen verschiedener Kondensatoren deren Kapazität bestimmt und damit eine entsprechende Gesetzmäßigkeit bezüglich der Frequenz- und der Kapazitätsabhängigkeit des kapazitiven Widerstandes bestätigt werden.

Elektrischer Widerstand

Der ohmsche (Gleichstrom-)Widerstand eines ohmschen Widerstandes errechnet sich aus dem Quotienten von Spannung, die an dem Widerstand liegt und Stromstärke, die im Widerstand herrscht. $R = U/I$. Die Messung eines Gleichstromes oder einer Gleichspannung ist relativ einfach, weil die jeweilige physikalische Größe (U bzw. I) ja zeitlich konstant ist.

Schwieriger ist es bei Wechselstromgrößen (also bei der Stärke eines Wechselstromes und bei der Wechselspannung). Hier stellt sich die Frage, ob die beiden (sinusförmigen) Verläufe von $U(t)$ und $I(t)$ überhaupt in Phase liegen und welche Werte zur Ermittlung des Widerstandes überhaupt verwendet werden sollen. Benutzen könnte man z. B. den Quotienten aus den Momentanwerten, also

$$R(t) = \frac{U(t)}{I(t)}$$

oder den Quotienten aus den Maximalwerten (Amplituden) von Strom und Spannung, also:

$$R = \frac{U_o}{I_o}$$

Der Wechselstromwiderstand wird aber tatsächlich weder aus den zeitabhängigen Werten, noch aus den Maximalwerten gebildet, sondern aus den so genannten *Effektivwerten* der Wechselstromgrößen.

| | | |
|---|---|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> |  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 2 -</p> |

Definition der Effektivwerte von Wechselstromgrößen / mittlere Wechselstromleistung

Vergleicht man zwei Stromkreise miteinander, wobei der eine aus einer Gleichspannungsquelle und einer Glühlampe besteht mit einem zweiten, der aus einer Wechselspannungsquelle und einer baugleichen Glühlampe besteht, so kann man durch Verändern der einen der beiden Spannungen erreichen, dass beide Lampen gleich hell brennen. Gleiche Helligkeit bei gleichen Lampen bedeutet, dass die umgesetzte elektrische Leistung in beiden Lampen gleich ist. Bei Wechselspannung ist die Leistungen aber zeitlich nicht konstant; was bedeutet unter diesen Umständen dann "gleiche Leistung"?

Dazu betrachtet man zunächst den Verlauf $U(t)$ der Wechselspannung an der Lampe und $I(t)$ des Wechselstromes im Kreis. Eine Glühlampe stellt näherungsweise einen (reinen) ohmschen Widerstand dar; wie man mit einem Zweikanal-Oszilloskop feststellen kann, verlaufen hier Spannung und Strom in Phase; d. h. die Bewegung der Elektronen folgt (nahezu) verzögerungsfrei der anliegenden Spannung (dem wirkenden elektrischen Feld im Leiter). Die Leistung ist das Produkt aus Spannung und Strom:

$$P(t) = U(t) \cdot I(t)$$

Bei sinusförmigem Verlauf der Wechselspannung gilt (mit $\omega = 2\pi \cdot f$; f ist dabei die Wechselspannungsfrequenz):

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \text{ und analog:}$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) , \text{ also:}$$

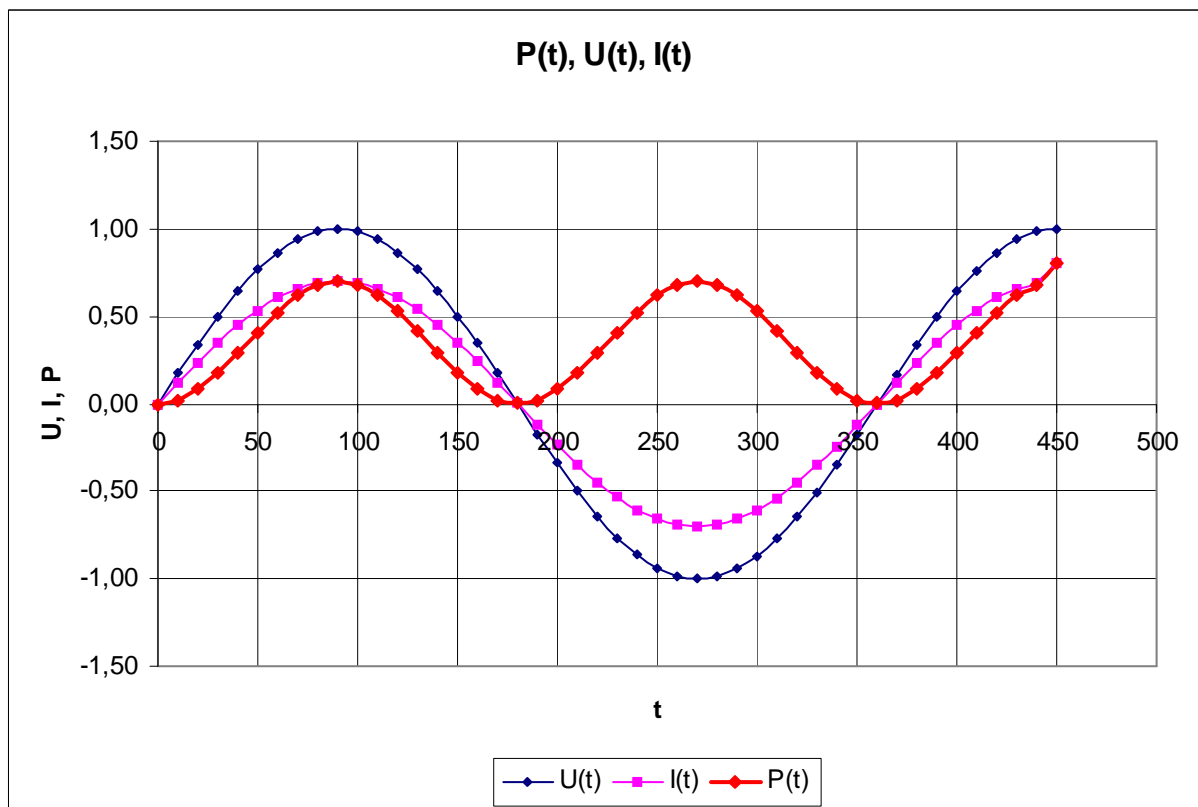
$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Damit erhält man für die Leistung:

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = \frac{U_0^2}{R} \sin^2(\omega \cdot t) = (\text{trigonometrische Umformung}) = \frac{U_0^2}{2R} \cdot \cos(2\omega \cdot t)$$

| | | |
|---|--|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> |  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 3 -</p> |



Am P(t)-Diagramm erkennt man, dass die Leistung des Wechselstromes also nicht konstant ist, sondern zwischen Null Watt und einem Maximalwert schwankt (sie ist aber stets positiv). Die Schwankung geschieht mit der doppelten Frequenz der Wechselspannung (100 Hz); der Maximalwert der Wechselstromleistung ist der Faktor vor der Cosinusfunktion (dessen Amplitude): $\frac{U_0^2}{2R}$

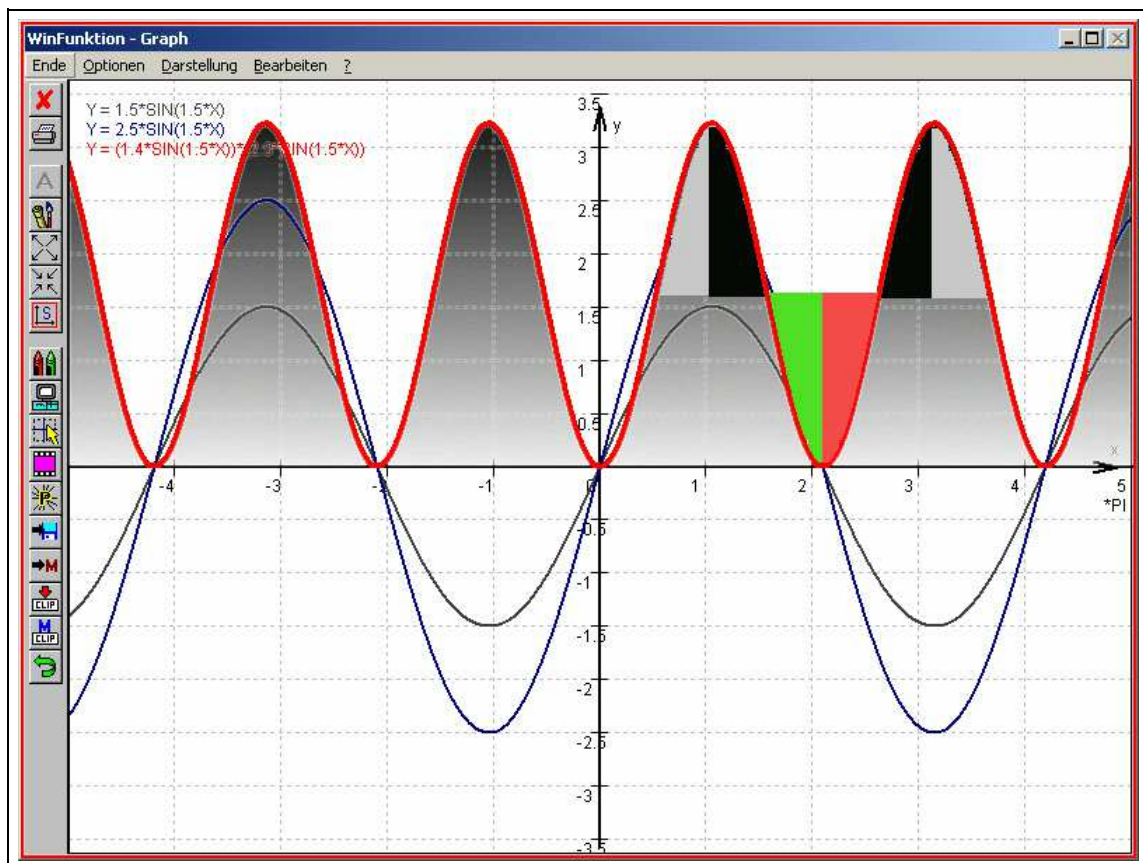
Ein ohmscher Verbraucher nach Art einer Glühlampe ist viel zu träge, der Schwankung der Spannung (mit 100 Hz, bei Netzspannung) zu folgen. Eine Glühlampe liefert also eine **mittlere Leistung**. Wenn beide Lampen: die mit Wechselstrom und die mit Gleichstrom, gleich hell brennen, dann ist die konstante Leistung des Gleichstromes gerade gleich groß wie der Mittelwert der schwankenden Leistung des sinusförmigen Wechselstromes. Und so wird denn auch der Effektivwert einer Wechselspannung über diesen Leistungsvergleich definiert:

Def.:

Der Effektivwert einer Wechselspannung ist gleich derjenigen konstanten Gleichspannung, die im selben Widerstand die gleiche Leistung erbringt, wie die schwankende Wechselstromleistung im zeitlichen Mittel.

| | | |
|---|--|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> |  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 4 -</p> |

Der zeitliche Mittelwert der Wechselstromleistung ergibt sich durch eine grafische Betrachtung:



Man erkennt, dass die Spitzen der Cosinusfunktion sich je zur Hälfte links und recht in die "Täler versenken" lassen, so dass als Mittelwert gerade die Hälfte des Maximalwertes resultiert, also $\bar{P}_{\sim} = \frac{U_0^2}{2R}$.

Den selben Wert erhält man auch durch Integration und Mittelung der Leistung über eine Periode.

Nach obiger Definition ist nun:

$$\bar{P}_{\sim} = P_{(eff)} =$$

d. h. der zeitliche Mittelwert der Wechselstromleistung ist gleich der konstanten Gleichstromleistung, wenn man zur Berechnung die Effektivwerte benutzt:

$$\bar{P}_{\sim} = P_{=} = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{R}$$

| | | |
|---|--|---|
|  | Robert-Bosch-Gymnasium Physik (2-/4-stündig), NGO |  |
| Praktikum Versuch Nr.: 1.10 | Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert | 22.4.2014 Seite - 5 - |

also:

$$\overline{P} \sim = \frac{U_0^2}{2R} = \frac{U_{eff}^2}{R} ; \text{ daraus resultiert:}$$

$$U_{eff}^2 = \frac{U_0^2}{2} \text{ oder:}$$

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \text{ oder:}$$

$$U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$$

Das bedeutet, dass die Amplitude einer Wechselspannung, wie sie z. B. am Oszilloskop angezeigt wird, stets um den Faktor $\sqrt{2}$ größer ist, als der Effektivwert dieser Wechselspannung. Analog- und Digitalmultimeter zeigen normalerweise diesen Effektivwert an.

Messung von Effektivwerten mit Messinstrumenten

Beim ersten Teil des Versuches wird untersucht, wie gut Digital- und Analogmultimeter Wechselspannungen bei unterschiedlicher Frequenz messen können. Dazu wird mit Hilfe eines Oszilloskops die Amplitude der Wechselspannung ermittelt (und möglichst konstant gehalten) und dann bei verschiedenen Frequenzen mit beiden Sorten von Messgeräten (parallel!) jeweils U_{eff} gemessen. Normalerweise sind Messgeräte so kalibriert, dass sie die Effektivwerte von Strom und Spannung dann korrekt angeben, wenn die Frequenz 1 kHz beträgt und sinusförmig ist (für andere Kurvenformen von Wechselspannungen - z. B. Dreieck,- Sägezahn- oder Rechteckspannung - sind andere Kalibrierungsfaktoren notwendig).

Kennt man den Maximalwert (Amplitude) einer sinusförmigen Wechselspannung, kann man mit obiger Gleichung den Effektivwert berechnen, der von einem Messinstrument angezeigt werden sollte.

Grundsätzlich ist es aber so, dass ein Analogmultimeter mit Drehspulmesswerk an sich nur Gleichspannungen /-ströme messen kann. Damit auch die Messung von Wechselgrößen möglich ist, werden häufig in solche Multimeter Gleichrichterbrücken eingebaut. Das Problem dabei ist, dass in Gleichrichterbrücken Dioden enthalten sind, die erst leiten, wenn deren Schwellenspannung überschritten ist. Bei kleinen Spannungen wird somit gar kein (sinnvoller) Wert angezeigt. Man kann dem abhelfen, wenn man Messverstärker integriert; das macht die Geräte aber sofort deutlich teurer und aufwändiger; außerdem benötigt ein solches Messgerät dann eine eigene Stromversorgung (für den Verstärker).

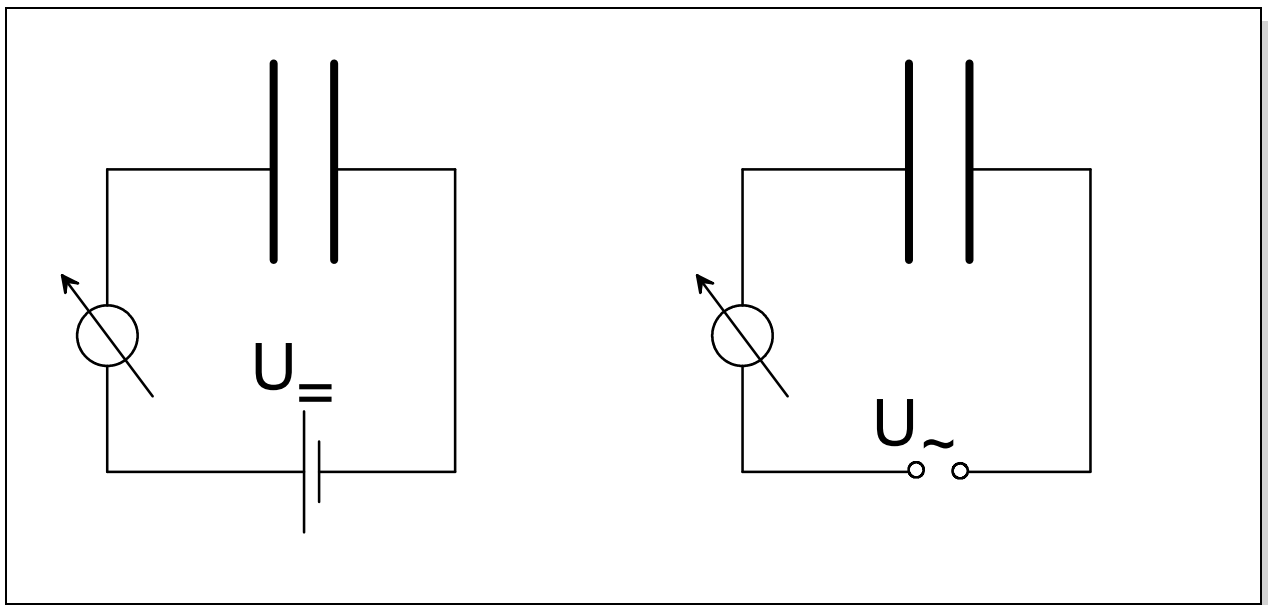
Digitalmultimeter bilden oft elektronisch einen Mittelwert aus der anliegenden Wechselspannung und per Umeichung wird dann ein sinnvoller Wert angezeigt, wenn die Kurvenform sinusförmig ist. Es gibt aber auch (teurere) Messgerät, bei denen der so genannte wahre quadratische Mittelwert gemessen wird (true rms = true real mean square); also der Effektivwert, so wie er definiert ist ($U_{eff}^2 = \frac{U_0^2}{2}$). Diese Geräte arbeiten

| | | |
|---|--|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> | <p style="text-align: center;">Robert Bosch Gymnasium</p>  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 6 -</p> |

oft so, dass die Messspannung einen Messstrom erzeugt, der im Gerät eine zur Leistung proportionale Wärmeleistung entfaltet. Aus der Erwärmung wird dann (unabhängig auch von der Kurvenform) der Effektivwert errechnet und angezeigt.

Der Wechselstromwiderstand eines Kondensators

Schließt man einen Kondensator an eine Gleichspannungsquelle an (*linkes Teilbild unten*), so fließt kurzzeitig ein (exponentiell abnehmender) kleiner Aufladestrom; ist der Kondensator entsprechend seiner Kapazität geladen, kann man im Kreis keine Stromstärke mehr messen.



Schließt man nun eine Wechselspannungsquelle an und ersetzt das Gleichstromamperemeter durch ein Wechselstrom-Amperemeter, so kann man permanent einen Wechselstrom messen. Der Betrag dieses Stromes hängt natürlich von der Größe der Wechselspannung ab, zudem von der Kapazität des Kondensators und der Frequenz der Wechselspannung.

Die letzteren beiden Zusammenhänge sollen im zweiten Teil des Versuches genauer erforscht werden. Dazu benutzt man Kondensatoren unterschiedlicher Kapazität und ändert bei gleichbleibendem Scheitelwert der Wechselspannung deren Frequenz. Gleichzeitig misst man den Wechselstrom im Kreis. Der Quotient aus den Effektivwerten von Wechselspannung und Wechselstrom stellen den kapazitiven (Wechselstrom-)Widerstand (auch kapazitiver Blindwiderstand genannt) dar. Er wird mit X_C bezeichnet:

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

| | | |
|---|---|---|
|  | <p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> Physik (2-/4-stündig), NGO</p> |  |
| <p>Praktikum Versuch Nr.: 1.10</p> | <p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert</p> | <p style="text-align: right;">22.4.2014 Seite - 7 -</p> |

Folgender Zusammenhang ist durch die Messung zu bestätigen:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad , \text{ wobei } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Weshalb überhaupt ein Wechselstrom fließt, wenn man an den Kondensator eine Wechselspannung anlegt, erklärt sich dadurch, dass während der einen Halbwelle der Wechselspannung (z. B. minus links, plus rechts) ein entsprechender Aufladestrom fließt; polt nun die Spannung um (plus links, minus rechts), so entlädt sich der Kondensator zunächst, um sich dann entgegengesetzt wieder aufzuladen. Das Amperemeter beobachtet einen stetigen Lade-/Entladestrom, der periodisch seine Richtung umkehrt, also einen Wechselstrom.

Ist die Kapazität des Kondensators größer, muss in jeder Halbperiode entsprechend mehr Ladung zu- bzw. abfließen; somit wächst die Stromstärke mit C, der (kapazitive) Widerstand des Kondensators sinkt. Entsprechend verhält es sich bei höherer Frequenz: jetzt muss diese Ladung häufiger zu- bzw. abfließen, was ebenfalls (im Mittel) eine größere Stromstärke bedeutet.

Es ist allerdings klar, dass *durch* den Kondensator gar kein Strom fließt; es fließt nur Ladung zu den Platten hin oder von ihnen zurück. Der Kondensator wirkt trotzdem für den Wechselstrom wie ein Widerstand; daher bezeichnet man diese Eigenschaft eines Kondensators als seinen kapazitiven Widerstand.

Materialien und Geräte:

- ◆ Rastersteckplatte
- ◆ Kondensatoren mit 1 μF , 2 μF und 5 μF
- ◆ Funktionsgenerator mit Leistungsverstärker
- ◆ Frequenzmessgerät
- ◆ Oszilloskop
- ◆ Digitalmultimeter
- ◆ Analogmultimeter (Leybold, Demonstrationsgerät)
- ◆ Messkabel

| | | |
|---|--|---|
|  | Robert-Bosch-Gymnasium Physik (2-/4-stündig), NGO |  |
| Praktikum Versuch Nr.: 1.10 | Block 1 / E-Lehre Wechselstromwiderstände, Effektivwert | 22.4.2014 Seite - 8 - |

Aufgabenstellung / Versuchsdurchführung / Auswertung / Fragen:

1. Teil / Messung der Wechselspannung mit Oszilloskop, Analog- und Digitalmultimeter

Schließe das Oszilloskop, das Digital- und das Analogmultimeter alle parallel am Leistungsausgang des Funktionsgenerators an; das Frequenzmessgerät wird am Ausgang des Funktionsgenerators (vor dem Leistungsverstärker) angeschlossen. Die Amplitudeneinstellung des Funktionsgenerators wird voll aufgedreht, die Amplitude des Ausgangssignals über die Verstärkung des Leistungsverstärkers auf $U_0 = 3 \text{ V}$ eingestellt (Amplitude). Abgelesen wird dieser Wert am Oszilloskop.

Wähle nacheinander folgende Frequenzen: 100 Hz, 200 Hz, 500 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 5 kHz, 10 kHz und 20 kHz.

Halte dabei die Amplitude der Ausgangsspannung möglichst konstant (Kontrolle am Oszilloskopschirm!). Trage die Messwerte (Spannung von Analog- und Digitalmultimeter bei den verschiedenen Frequenzen) in eine Tabelle ein.

Fertige ein Diagramm an, in dem Du die Frequenz auf der Abszisse und die Spannungswerte des Digitalmultimeters und in einer zweiten Kurve auch des Analogmultimeters längs der Ordinatenachse aufträgst.

Es empfiehlt sich, die Frequenzachse dieses $U(f)$ -Diagramms logarithmisch aufzutragen.

2. Teil / Messung des kapazitiven Widerstandes von unterschiedlichen Kondensatoren bei unterschiedlichen Frequenzen; Bestätigung der Gleichung $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$.

Baue einen Stromkreis auf aus Funktionsgenerator (Wechselspannungsquelle variabler Frequenz), Analogamperemeter und Kondensator; messe auch die Wechselspannung - ebenfalls analog. Die Amplitude der Wechselspannung wird konstant gehalten und ihr Betrag mit dem Oszilloskop kontrolliert.

Ändere bei gegebenem Kondensator nacheinander die Frequenz wie in Teil 1 des Versuches und lese die Werte von Wechselspannung und Wechselstrom ab; trage sie in eine Tabelle ein. Ermittle daraus X_C und daraus bei bekannter Frequenz die Kapazität des Kondensators.

Wiederhole die Messungen bei zwei bis drei weiteren Kondensatoren mit anderen Kapazitätswerten. Erstelle pro Kondensator jeweils ein $I(f)$ -Diagramm und deute den Verlauf; wähle die Frequenzachse logarithmisch!

Überprüfe die Frequenzabhängigkeit des kapazitiven Widerstandes.
Überprüfe die Kapazitätsabhängigkeit des kapazitiven Widerstandes.

Stelle für alle Messungen eine Größtfehlerbetrachtung /-berechnung an.