

	<p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> <b>Physik</b> (2-/4-stündig), NGO</p>	
<p>Praktikum Versuch Nr.: 1.7</p>	<p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch</p>	<p style="text-align: right;">14.1.2014 Seite - 1 -</p>

## Der Millikan-Versuch - die Bestimmung der elektrischen Elementarladung

### 1. Theoretische Grundlagen / Einführung

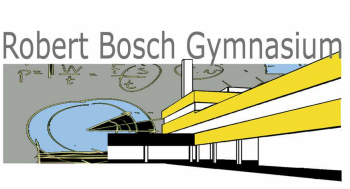
#### Historische Einführung

Aus Versuchen mit Elektrolysen verschiedener Salze ergibt sich, dass zur Abscheidung gleicher Stoffmengen von (einwertigen) Salzen stets dieselbe Ladungsmenge benötigt wird. Die Ladungsmenge, die man zur Abscheidung einer Stoffportion von einwertigen Ionen der Stoffmenge  $n = 1$  mol braucht, heißt **Faraday-Konstante**. Sie beträgt  $96\,487$  C. Dividiert man diese Konstante durch die Loschmidtzahl  $L$ , d. h. durch die Anzahl der Teilchen, die in einer Stoffportion der Stoffmenge  $n = 1$  mol enthalten ist (nämlich  $6,022 \cdot 10^{23}$ , so erhält man den Wert  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Es stellt sich dabei die Frage, ob es sich dann bei  $e$  um einen Durchschnittswert handelt oder um eine nicht weiter teilbare, bei allen Ionen gleiche kleinste elektrische Ladung. Da Ionen durch die Abgabe bzw. Aufnahme von Elektronen entstehen, wäre diese kleinste Ladung dann auch die des Elektrons, die sogenannte Elementarladung.

Durch die Ablenkung von Kathodenstrahlen (Elektronenstrahlen) gegebener bekannter Geschwindigkeit im homogenen magnetischen Feld erhält man leicht die sog. spezifische Elektronenladung  $e/m$  (Quotient aus Ladung und Masse des Elektrons). Da die Masse des Elektrons bis zu diesem Moment aber noch unbekannt ist, lässt die Kenntnis der spezifischen Elektronenladung nicht die Bestimmung der Elementarladung zu. Umgekehrt könnte aber bei bekannter Elementarladung aus der spezifischen Elektronenladung die Masse der Elektronen ermittelt werden.

#### Historische Übersicht:

- 🕒 **1833:** Michael Faraday postuliert die Existenz einer kleinsten elektrischen (Elementar-)Ladung
- 🕒 **1874:** Stoney bestimmt aus der Faraday-Konstanten und der Avogadrokonstanten (diese beträgt gerade  $N_A = L/\text{mol}$ ) erstmals näherungsweise die Elementarladung
- 🕒 **1881** Stoney schlägt für den Träger der Elementarladung den Namen „Elektron“ vor.
- 🕒 **1897:** es gelingt die Bestimmung von  $e/m$  aus der Ablenkung von Kathodenstrahlen im Magnetfeld. Wiechert bestimmt daraus die Masse des Elektrons
- 🕒 **1909:** Millikan gibt erstmals die Elementarladung auf vier Stellen genau an und berechnet daraus ebenfalls die Elektronenmasse (Pasadena/Kalifornien)
- 🕒 **1923:** Millikan erhält für seine Arbeiten zur Bestimmung der Elektronenladung und zum Fotoeffekt den Physiknobelpreis.

	<b>Robert-Bosch-Gymnasium</b> <b>Physik (2-/4-stündig), NGO</b>	
Praktikum Versuch Nr.: 1.7	Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch	14.1.2014 Seite - 2 -

### Theorie zum Millikan-Versuch:

Zerstäubt man Öl in kleine Tröpfchen, so erhalten diese beim Zerstäubungsprozeß durch zufällige Trennung zum Teil Überschuss- zum anderen Mangel-Elektronen; die Tröpfchen sind also geladen und tragen  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  Elementarladungen:  $q = n \cdot e$ .

Bringt man diese geladenen Öltröpfchen nun in das homogene elektrische Feld eines geladenen Plattenkondensators, kann man sie durch Variation der entsprechend gepolten Spannung zum Schweben bringen. Es kompensieren sich dann Gewichtskraft und elektrische Feldkraft. Aus deren Gleichsetzung ergibt sich  $q$ . Allerdings ist die Tröpfchenmasse bzw. der Tröpfchenradius (aus dem sich mit der Dichte des Öles die Masse errechnen ließe) nicht bekannt. Man lässt deshalb im Abschluss an den Schwebezustand (die notwendige Spannung wird notiert) das Tröpfchen durch Abschalten der Spannung fallen. Bei diesem Fall unter dem Einfluss der Gewichtskraft und der Luftreibung kommt es rasch zu einem Gleichgewichtszustand zwischen diesen Kräften und damit zu einer konstanten Sinkgeschwindigkeit. In Luft verhält sich das winzige Öltröpfchen wie ein Körper bei der Bewegung durch ein zähes Medium.

Für diese Bewegung gilt das Stokessche Gesetz (s. u.). Das Stokessche Gesetz beschreibt eigentlich die Reibungskraft bei der Bewegung in Flüssigkeiten; bei kleinen Geschwindigkeiten gilt es auch für die Bewegung in Gasen. Nach Stokes beträgt die Reibungskraft, die ein kugelförmiger Körper mit dem Radius  $r$  bei der Bewegung mit der Geschwindigkeit  $v$  durch ein Medium mit der Zähigkeit  $\eta$  erfährt:


$$F = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad (\text{Stokes'sches Gesetz})$$

Die Zähigkeit einer Flüssigkeit oder eines Gases wird gemessen durch die Kraft, die man benötigt, um eine Fläche der Größe  $A$  mit der oberflächlich daran haftenden Flüssigkeits- oder Gasschicht relativ zur angrenzenden Schicht zu bewegen, wobei durch das Aneinandervorbeigleiten ein Geschwindigkeitsgefälle (-steigung)  $dv/dx$  senkrecht zur bewegten Fläche auftritt. Es gilt dann:

$$\frac{F}{A} = \eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{F}{A \cdot \frac{dv}{dx}} \quad \text{wobei: } [\eta] = \frac{N \cdot m \cdot s}{m^2 \cdot m} = \frac{N \cdot s}{m^2}$$

Bei Luft von Zimmertemperatur und Normluftdruck (1013 hPa) beträgt diese Zähigkeit (oder Viskosität) der Luft:

$$\eta = 1,828 \cdot 10^{-5} \frac{N \cdot s}{m^2}$$

	<b>Robert-Bosch-Gymnasium</b> <b>Physik (2-/4-stündig), NGO</b>	
Praktikum Versuch Nr.: 1.7	Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch	14.1.2014 Seite - 3 -

### Berechnung des Tröpfchenradius:

Ein elektrisch geladenes Öltröpfchen der Masse  $m_{\text{öl}}$  und der Ladung  $q$  erfährt im homogenen elektrischen Kondensatorfeld folgende möglichen Kräfte:

die Gewichtskraft:  $F_G = m_{\text{öl}} \cdot g$

die Auftriebskraft in Luft:  $F_A = m_{\text{Luft}} \cdot g$   
(das ist die Gewichtskraft der durch das Volumen des Öltröpfchens verdrängten Luft)

die elektrische Feldkraft  $F_{\text{el}} = q \cdot E$

die Stokessche Reibungskraft  $F_R = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$

Beim Fall mit konstanter Geschwindigkeit in Luft nach Abschalten des Feldes gilt im Gleichgewichtszustand:

$$F_R + F_A = F_G$$

$$\Rightarrow F_G - F_A - F_R = 0 \text{ N}$$

daraus folgt:

$$m_{\text{öl}} \cdot g - m_{\text{Luft}} \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = 0$$

$$(m_{\text{öl}} - m_{\text{Luft}}) \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = 0$$

da  $m = \rho \cdot V$

erhält man:  $(\rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \cdot V \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v = 0$

wegen des Kugelvolumens:  $V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$


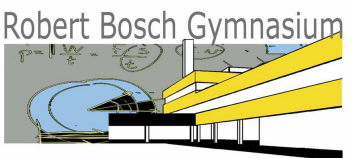
und mit der Abkürzung:  $\rho = \rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}}$

erhält man schließlich:  $\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v \quad / \div r$

$$\Rightarrow \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v$$

daraus erhält man den

**Tröpfchenradius:**  $r = \sqrt{\frac{3 \cdot 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v}{4 \cdot \rho \cdot \pi \cdot g}} = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v}{\rho \cdot g}} \quad (*)$

	<p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> <b>Physik</b> (2-/4-stündig), NGO</p>	
<p>Praktikum Versuch Nr.: 1.7</p>	<p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch</p>	<p style="text-align: right;">14.1.2014 Seite - 4 -</p>

Kennt man also die konstante Sinkgeschwindigkeit  $v = s/t$  der Tröpfchen, die Viskosität  $\eta$  der Luft, die Fallbeschleunigung  $g$  und die Dichtedifferenz  $\rho$  zwischen Öldichte und Luftdichte, so ergibt sich aus der obigen Gleichung der Tröpfchenradius und daraus dann auch seine Masse und Gewichtskraft:

$$m_{\text{Öl}} = \rho_{\text{Öl}} \cdot V_{\text{Öl}} = \rho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

### Bestimmung der elektrischen Ladung des Tröpfchens:

Legt man nun eine elektrische Spannung  $U = E \cdot d$  derart an die Platten des Kondensators, dass die Gewichtskraft des Tröpfchens gleich der elektrischen Feldkraft ist (siehe Schaltskizze rechts), so gilt:

$$F_G - F_A = q \cdot E$$

d. h. das Tröpfchen schwebt, ist also in Ruhe; man erhält weiter:

$$m_{\text{Öl}} \cdot g - m_{\text{Luft}} \cdot g = q \cdot E$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) = q \cdot E$$

also, mit der abkürzenden Schreibweise von oben:

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot \rho = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d} \quad (**)$$

Setzt man die Gleichung für den Tröpfchenradius (\*) in die eben hergeleitete Gleichung (\*\*) ein, so erhält man:

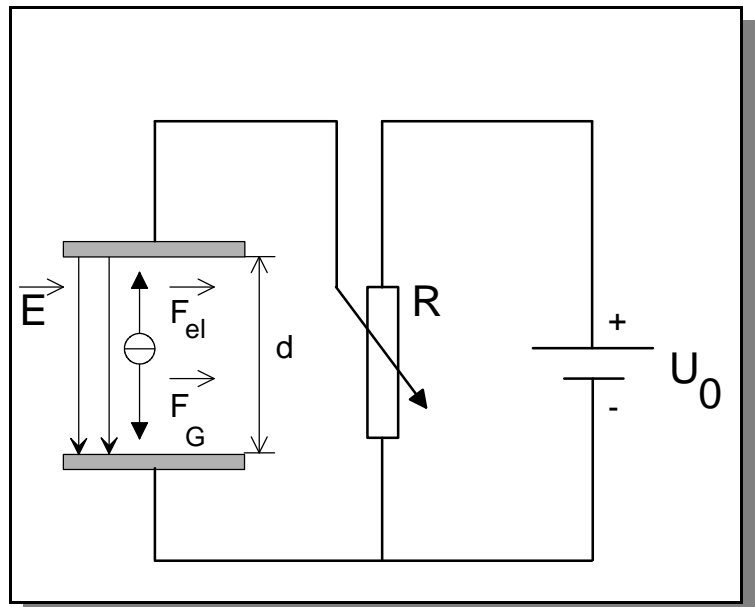
$$q = \frac{4 \cdot \pi \cdot g \cdot \rho \cdot d}{3 \cdot U} \cdot \left( \frac{9 \cdot \eta \cdot v}{2 \cdot \rho \cdot g} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot g \cdot \rho \cdot d}{3 \cdot U} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{v \cdot \eta}{\rho \cdot g} \cdot \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{v \cdot \eta}{\rho \cdot g}} = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v \cdot d}{U} \cdot \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{v \cdot \eta}{g \cdot \rho}}$$


wobei

$$\eta_{\text{Luft}} = 1,828 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

$d = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  gegeben durch den Geräteaufbau

$$\rho_{\text{Öl}} = 875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \rho_{\text{Luft}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \rho = \rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}} = 874 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



	<p style="text-align: center;"><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i> <b>Physik</b> (2-/4-stündig), NGO</p>	
<p>Praktikum Versuch Nr.: 1.7</p>	<p style="text-align: center;">Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch</p>	<p style="text-align: right;">14.1.2014 Seite - 5 -</p>

Setzt man dies alles in die Gleichung für die Ladung  $q$  ein, so erhält man:

$$q = 2 \cdot 10^{-10} \frac{v^{(\frac{3}{2})}}{U} \text{ As (C)}$$


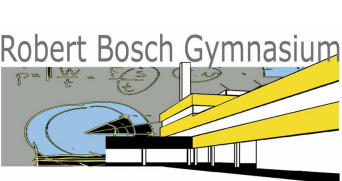
### Hinweise zur Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit der Tröpfchen:

Die Fallgeschwindigkeit wird gemessen durch Ablesung der für eine bestimmte Sinkstrecke benötigten Zeit. Die Sinkstrecke ermittelt man aus der gemäß Okularmaßstab abgelesenen Sinkstrecke (in das Okular des Beobachtungsmikroskops ist ein Lineal eingebaut) und dem Vergrößerungsfaktor, um den die reale Sinkstrecke von der im Okular beobachteten abweicht.

Sieht man nämlich im Okular den Tropfen um die Strecke  $x$  sinken (genau genommen steigen die Tröpfchen im Okular beim Sinken nach oben, weil die optische Abbildung eine Umkehrung verursacht), so ist das Teilchen in Realität um den Faktor 1,875 weniger weit gesunken, d. h. zur Ermittlung der realen Strecke  $x_{\text{real}}$  muss die abgelesene durch diesen Faktor dividiert werden:  $x_{\text{real}} = x/1,875$ . Die Strichabstände im Okularmaßstab betragen  $1 \cdot 10^{-4}$  m, d. h. es kommen auf einen cm der scheinbaren Sinkstrecke 100 Striche.

### Hinweis zur Korrektur der Ladungsmesswerte:

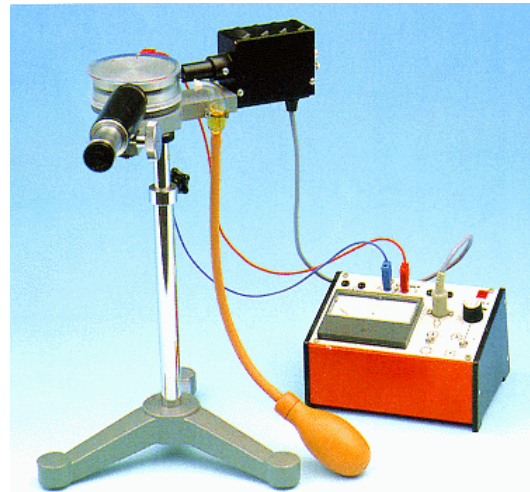
Es zeigt sich, dass bei dem geringen Tröpfchenradius von  $10^{-6}$  m -  $10^{-7}$  m das Stokesssche Gesetz nicht vollständig gültig ist. Deshalb erhält man einen (nach Vorschlägen Millikans) korrigierten Wert für  $q$  durch Division mit einem Korrekturfaktor. Auf diese Korrektur wollen wir aber bei unserem Experiment verzichten. Genauso wichtig wie die exakte Bestimmung des Absolutwertes der Elementarladung ist wohl auch der Nachweis, dass die Ladung überhaupt quantisiert, also nur in Portionen von Vielfachen von  $e$  auftritt.

	<b>Robert-Bosch-Gymnasium</b> <b>Physik (2-/4-stündig), NGO</b>	
Praktikum Versuch Nr.: 1.7	Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch	14.1.2014 Seite - 6 -

## 2. Versuchsaufbau, Durchführung der Messung / Messaufgaben

### Aufbau:

Der experimentelle Aufbau zum Millikanversuch ist dank der vorhandenen Apparatur (s. Bild) denkbar einfach: es müssen nur die Kabel für die Stromversorgung der Lampe (dreipoliges Diodenkabel) und für die Kondensatorspannung mit dem zugehörigen Betriebsgerät verbunden werden. Da das eingebaute Voltmeter ziemlich ungenau ist, sollte ein Demonstrationsvoltmeter im entsprechenden Messbereich angeschlossen werden. Beim Anschluss der elektrischen Stoppuhr ist deren Betriebsanleitung zu beachten! Dazu ist auch die Bedienungsanleitung zum Betriebsgerät für den Millikanversuch zu lesen. Beide Anleitungen liegen bei.



### Versuchsdurchführung:

Prüfe nach Abschluss des Aufbaus die Verkabelung! Schalte dann die Stromversorgung ein. Die Beleuchtungseinrichtung der Millikan-Kammer muss im Gesichtsfeld des Mikroskops einen schwach aufgehellten Hintergrund erzeugen.

Nun wird durch einmaliges kräftiges aber vorsichtiges Betätigen des Zerstäubers etwas Öl in der Kammer zerstäubt. Das Mikroskop ist mit Hilfe des verschiebbaren Okulartubus auf die Ebene scharfzustellen, in der sich die Tröpfchen befinden. Bei der geringen Sinkgeschwindigkeit der Tröpfchen dauert es nach jeder Zerstäubung ca. 10 - 10 Sekunden, bis der Kondensatorzwischenraum wieder völlig tröpfchenfrei ist. Diese Zeit ist dann zur Scharfeinstellung und zum Messbeginn zu nutzen.

Netzschalter, Feinsicherung und Netzanschlußstecker befinden sich an der Rückwand des Gerätes.

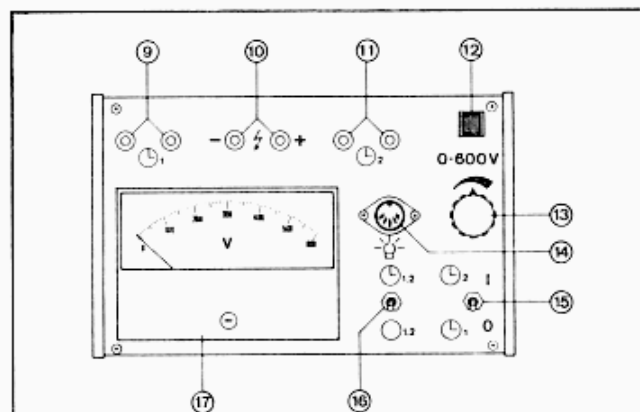



Fig. 2

- (9) Buchsenpaar für Stoppuhr 1 – zum Messen der Fallzeit
- (10) Buchsenpaar zum Anschluß der Millikan-Kammer
- (11) Buchsenpaar für Stoppuhr 2 – zum Messen der Steigzeit
- (12) Netzkontrolllampe
- (13) Drehknopf zum Einstellen der Gleichspannung 0 - 600 V
- (14) Vielfachbuchse zum Anschluß der Beleuchtungseinrichtung
- (15) Schalter zum Ein- und Ausschalten der Spannung 0–600 V bei gleichzeitiger Inbetriebnahme der Stoppuhren entsprechend der Symbolik
- (16) Schalter zum Öffnen und Schließen der Schaltstromkreise der elektrischen Stoppuhren
- (17) Voltmeter 0–600 V zur Anzeige der mit Drehknopf (13) eingestellten Spannung für die Platten der Millikan-Kammer.



	<b>Robert-Bosch-Gymnasium</b> <b>Physik (2-/4-stündig), NGO</b>	
Praktikum Versuch Nr.: 1.7	Block 1 / E-Lehre Der Millikan-Versuch	14.1.2014 Seite - 7 -

Einzelne Tröpfchen erscheinen (nach einiger Gewöhnung der Augen) als helle Punkte. Der umgebende Raum ist zur besseren Beobachtung abzudunkeln. Es ist zu beachten, dass durch die Bildumkehr im Mikroskop die Sinkbewegung der Tröpfchen als Steigbewegung erscheint. Als störender Nebeneffekt der linearen Sinkbewegung macht sich die unregelmäßige Brownsche Teilchenbewegung bemerkbar. Sollte ein betrachtetes Tröpfchen während der Beobachtung aus der Beobachtungsebene verschwinden, kann eventuell die Scharfeinstellung entsprechend korrigiert werden.

Zur Abmessung einer Sinkstrecke entscheidet man sich am besten zu Versuchsbeginn für z. B. eine Strecke von  $30 \cdot 10^{-4}$  m zwischen den Ziffern 40 und 70 auf der Okularskala; die tatsächliche in Realität durchquerte Strecke beträgt dann  $30 \cdot 10^{-4} \text{ m} / 1,875 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ .

Aus den eingeblasenen Tröpfchen wird nun also eines ausgewählt, das auf die angelegte Spannung (variieren!) reagiert, demnach also geladen ist. Zum Test kann die Spannung beispielsweise mehrmals kurz ein- und wieder ausgeschaltet werden. Es muss ein Teilchen gefunden werden, das bei gegebener Polung der Spannung nicht mehr absinkt (im Mikroskop steigt), bzw. seine Bewegungsrichtung umkehrt.

Es sind besonders die nicht so großen Tröpfchen geeignet, die nicht zu schnell absinken; zudem solche, die eine kleine elektrische Ladung (eine oder wenige Elementarladungen) tragen, die also erst auf höhere Spannungen deutlich reagieren ( $> 200 \text{ V}$ ).

Jede Praktikumsgruppe, die den Versuch durchführt, teilt sich die anfallenden Arbeiten sinnvoll auf: ein Gruppenmitglied (am Mikroskop) legt die elektrische Spannung an, die mit Hilfe des Potentiometers so eingestellt wird, dass ein ausgewähltes beobachtetes Teilchen gerade schwebt. Der andere notiert sich auf Zuruf des ersten die dann zum Schweben eingestellte Spannung. Durch Variation der Spannung kann das geladene Tröpfchen auf eine Höhe des Okularmaßstabes manövriert werden, von der aus es dann losgelassen wird.

Nach Abschalten der Spannung sinkt das Tröpfchen (steigt es im Mikroskop) und erreicht fast augenblicklich den Gleichgewichtszustand konstanter Endgeschwindigkeit. Wie oben angegeben, wählt man am besten eine Sinkstrecke in der Mitte der Okularskala (also z. B. zwischen dem 40. und dem 70. Teilungsstrich). Ist die Stoppuhr richtig angeschlossen und werden am Betriebsgerät die richtigen Schalter verwendet, kann die Sinkzeit elektrisch gemessen werden.

Zur Kontrolle kann man das abgesunkene Teilchen durch eine erhöhte Spannung eventuell wieder nach oben holen und die Sinkzeit so ein zweites Mal bestimmen. Bei der Auswertung wäre dann der Mittelwert der so ermittelten Sinkzeiten einzusetzen.

### Messaufgaben:

Von jeder Versuchsgruppe sind mindestens 7 bis 15 Tröpfchen bezüglich ihrer elektrischen Ladung zu vermessen und auszuwerten. Da die Beobachtung durch das Mikroskop die Augen stark anstrengt, können sich die Gruppenmitglieder während des Versuches in ihren Aufgaben abwechseln.

	<p><i>Robert-Bosch-Gymnasium</i>  <b>Physik</b> (2-/4-stündig), NGO</p>	<p>Robert Bosch Gymnasium  </p>
<p>Praktikum  Versuch Nr.: 1.7</p>	<p>Block 1 / E-Lehre  Der Millikan-Versuch</p>	<p>14.1.2014  Seite - 8 -</p>

### 3. Auswertung

Die ermittelten Messwerte sind als Histogramm darzustellen; d. h. nach rechts wird die gemessene elektrische Ladung aufgetragen, nach oben die Zahl der Tröpfchen mit dieser Ladung. Man erhält so eine Häufigkeitsverteilung für die auftretenden Ladungen der Tröpfchen.

Da alle Versuchsgruppen etliche Ergebnisse beitragen, könnte eine spätere Versuchsgruppe hier Ergebnisse früherer Gruppen mit aufnehmen und bei der Auswertung mit berücksichtigen.

### 5. Fehlerbetrachtung

Diskutiere auftretende Messfehler / Fehlerquellen und mache eventuell Verbesserungsvorschläge. Der Nobelpreis in diesem Bereich ist allerdings schon vergeben...

